ÜBER DIE

ENTWICKELUNG DER GRIECHISCHEN MATHEMATIK

VON

IHREN ANFÄNGEN BIS ZU IHREM HÖHEPUNKTE.

FESTREDE

ZUR

FEIER DES DREIHUNDERT UND SECHZEHNJÄHRIGEN BESTEHENS

DER

KÖNIGL. JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

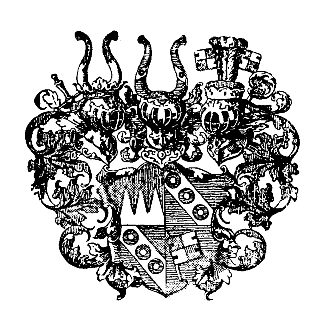
GEHALTEN AM 11. MAI 1898

VON

DR. FRIEDRICH PRYM,

Ö. O. PROFESSOR DER MATHEMATIK,

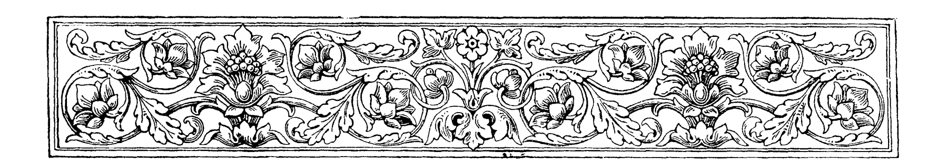
Z. Z. REKTOR DER UNIVERSITÄT WÜRZBURG.



WÜRZBURG.

DRUCK DER KGL. UNIVERSITÄTSDRUCKEREI VON H. STÜRTZ.

1898.



Bei dem heutigen akademischen Festakte zur Feier des dreihundert und sechzehnjährigen Bestehens unserer Alma Julia haben wir vor allem dankbar des grossen Fürstbischofs und Frankenherzogs Julius Echter von Mespelbrunn zu gedenken, der am 2. Januar 1582 diese unsere Hochschule ins Leben gerufen hat.

Altehrwürdigem Herkommen gemäss liegt es mir zunächst ob, ein meiner Fachwissenschaft entnommenes Thema von allgemeinerem Interesse zu behandeln. Ich werde Ihnen allen zu Dank verpflichtet sein, wenn Sie meinen der Schwierigkeiten nicht ermangelnden Versuch, die „Entwickelung der griechischen Mathematik von ihren Anfängen bis zu ihrem Höhepunkte“ zu schildern, mit freundlicher Nachsicht würdigen.

In tiefes Dunkel sind die ersten Anfänge in der Mathematik gehüllt. Spuren mathematischen Denkens werden sich bei jedem Volke nachweisen lassen, sei es, dass wir geschichtliche Überlieferungen über dasselbe besitzen, sei es, dass nur Ruinen von Baudenkmälern als stumme Zeugen vergangenen Lebens uns erhalten geblieben sind.

Sobald der Mensch über das Stadium eines nur vegetativen Lebens hinaus seine Sinne zu gebrauchen begonnen, seine Finger zu unterscheiden und zur Hervorhebung der Individuen um ihn befindlicher Mengen zu verwenden gelernt hatte, musste in seinem Geiste der Begriff der Anzahl sich bilden, und das Bedürfnis, verschiedene Anzahlen vergleichen und unterscheiden zu können, führte dann mit Notwendigkeit allmählich zur Bildung der Zahlwörter und Zahlzeichen. Wie weit in der Geschichte der Menschheit dieser Bildungsprozess zurückliegen muss, geht schon aus dem Umstande hervor, dass es trotz der hohen Vollendung, die die vergleichende Sprachwissenschaft erreicht hat, nicht möglich ist, die ursprüngliche Bedeutung der in den indogermanischen Sprachen vorkommenden Zahlwörter endgültig festzustellen. Von dem Zählen aber bis zum Operieren mit ganzen Zahlen, dem Rechnen, ist nur noch ein Schritt, einerlei ob dieses Rechnen ausschliesslich mit Hilfe der Finger oder vermittelst anderer Hilfsmittel bewirkt wird; die Bedürfnisse des praktischen Lebens gaben im Handel und Wandel sofort den Anstoss zu diesem Operieren; ohne die Operationen des Hinzufügens, des Wegnehmens, des Vervielfältigens und Teilens ist ein gesetzmässiger Verkehr zwischen Menschen nicht denkbar, und mit diesen Operationen stehen wir denn auch in den Anfängen des arithmetischen Denkens.

Andererseits musste sich geometrisches Denken entwickeln schon bei Nomadenvölkern durch den Aufbau der Zelte und die Umgrenzung der Weideplätze, durch die Beobachtung des Sonnenaufganges und des regelmässigen Laufs der Gestirne, durch die Wahrnehmung des Prinzips der Symmetrie bei organischen Gebilden und die darauffolgende Verwendung desselben bei der Verfertigung einfacher Geräte und Werkzeuge. Die Vorstellung einer geraden Linie muss ebenso wie die Vorstellung einer Kreislinie mit zu den frühesten Thätigkeiten des menschlichen Geistes gehört haben.

Von den Anfängen eines wissenschaftlichen mathematischen Denkens kann bei einem Volke aber nicht eher die Rede sein, als bis Regeln für das Operieren mit ganzen Zahlen und Vorschriften für die Vergleichung von Figuren nachweisbar sind. Das Vorhandensein solcher Regeln und Vorschriften setzt eine schon verhältnismässig hohe Kulturstufe voraus; und wenn wir daher den ersten Anfängen der Mathematik nachspüren wollen, haben wir vor allem unsere Blicke dem ältesten Kulturvolke der Welt, den Ägyptern, zuzuwenden.

Schlüsse über das mathematische Wissen der Ägypter konnten bis in die zweite Hälfte unseres Jahrhunderts sich nur auf die erhaltenen grossartigen ägyptischen Baudenkmäler, insbesondere die Tempelpaläste mit ihren Inschriften und Wandgemälden, sowie auf die spärlichen Berichte griechischer Schriftsteller stützen. Dass schon den Architekten, welche gegen die Mitte des vierten Jahrtausends v. Chr. unter den Königen der IV. Dynastie die gewaltigen, genau orientierten Pyramiden erbauten, den Ingenieuren, welche in jenen Zeiten die grossartigen Kanal- und Schleusenanlagen ausführten, nicht nur mechanische, sondern auch mathematische Kenntnisse zu Gebote stehen mussten, wird wohl niemand bezweifeln. Andererseits berichten griechische Schriftsteller, von denen einige selbst in Ägypten gewesen sind und mit der Priesterschaft verkehrt haben, vor allen Herodot, Hero der Ältere, Diodor und Strabo, dass in Ägypten die mathematischen Wissenschaften entstanden seien, dass die ägyptischen Priester sich eifrig mit Geometrie und Arithmetik beschäftigen, dass die früheste Geometrie, wie auch ihr Name andeutet, sich mit der Messung und Verteilung der Länderei beschäftigt habe, und dass ein regelmässiger Anlass dazu durch die Überschwemmung des Nil gegeben sei, bei der nicht nur die Eigentumsgrenzen verwischt, sondern auch Teile von Grundstücken weggerissen und bei anderen solche

angeschwemmt wurden. Speziell berichtet Herodot, dass Sesostris das Land unter alle Ägypter so verteilt habe, dass er jedem ein gleichgrosses Viereck gegeben und von diesem in der Form einer jährlich zu entrichtenden Steuer seine Einkünfte bezogen habe. Die Arithmetik dagegen, erzählt Diodor, diene den Ägyptern in Haushaltungsangelegenheiten und bei den Lehrsätzen der Geometrie, vor allem aber bei der Beobachtung der Stellungen und Bewegungen der Gestirne; sie bewahrten Aufzeichnungen der einzelnen Beobachtungen seit einer unglaublich langen Reihe von Jahren und beachteten auch speziell die guten und schädlichen Einwirkungen der Planeten.

Aus diesen dürftigen Berichten sich ein Bild von dem mathematischen Wissen der alten Ägypter zu machen, war unmöglich. Da fand sich unter den von dem verstorbenen Engländer A. Henry Rhind hinterlassenen und in den Besitz des British Museums übergegangenen Papyrusrollen auch eine solche mathematischen Inhalts; die Übersetzung und Erklärung derselben unternahm der Heidelberger Ägyptologe August Eisenlohr, und nach vierjähriger mühsamer Arbeit wurde dann von ihm 1877 sowohl eine getreue Reproduktion des in hieratischer Schrift geschriebenen Urtextes wie auch die Übersetzung und Erklärung desselben herausgegeben und damit ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter, das vor etwa 3600 Jahren (1700 v. Chr.) unter König Ra-ā-us von dem Schreiber Aāhmesu nach dem Muster älterer Schriften verfasst wurde, jedem Gebildeten zugänglich gemacht. Um ein Handbuch nämlich handelt es sich, das, ohne sich auf allgemeine Regeln oder gar Beweise einzulassen, an der Hand von Aufgaben gewisse für das praktische Leben erforderliche Rechnungen in fünf Teilen behandelt.

Im ersten Teile wird zunächst die Zerlegung von Brüchen in Stammbrüche, also in Brüche mit dem Zähler 1 gezeigt, und dann folgen Aufgaben, die zum Teil auf das sogenannte Rechnen mit ganzen und gebrochenen Zahlen, zum Teil auf die Auflösung einer Gleichung des ersten Grades mit gebrochenen Zahlen als Koeffizienten hinauslaufen. Zur wirklichen Ausführung der Rechnungen werden fast ausschliesslich Stammbrüche verwendet. Im zweiten Teil wird die angenäherte Bestimmung des Rauminhalts von Fruchthäusern mit viereckiger und mit kreisförmiger Grundfläche, im dritten Teile die Ausmessung von Feldern, die von Stücken gerader Linien oder von einer Kreislinie begrenzt sind, behandelt.

Der vierte Teil beschäftigt sich mit der Berechnung der Verhältnisse gewisser an den Pyramiden vorkommender Linien. Der fünfte Teil endlich enthält eine Reihe von Aufgaben, welche dem ländlichen Leben entnommen sind, unter anderen wird die Verteilung von Brod, die Auszahlung von Arbeitern, die Futterberechnung für einen Geflügelhof behandelt.

Durch den Papyrus Rhind wissen wir jetzt sicher, dass vor etwa 3600 Jahren die Ägypter schon mit Brüchen zu rechnen verstanden, dass die Bestimmung des Inhalts eines Quadrates und wohl auch eines Rechtecks aus den Seitenlängen ihnen geläufig war, dass sie Vorschriften zur angenäherten Berechnung von gleichschenkligen Dreiecken und Trapezen, ja sogar von Kreisflächen besassen. Welche Fortschritte sie aber in ihrem mathematischen Wissen in den darauffolgenden tausend Jahren bis zu der Zeit, wo die Griechen mit ihnen als ihren Lehrmeistern in Berührung kamen, gemacht haben, darüber fehlt uns jede sichere Kunde.

Durch Thales von Milet, einer griechischen Kolonie in Kleinasien den Begründer der altjonischen Philosophenschule, ist gegen den Anfang des VI. Jahrhunderts v. Chr. zum erstenmale astronomische und geometrische Wissenschaft von Ägypten nach Hellas gekommen. Von seinem Ruhme widerhallte ganz Griechenland, als die von ihm für das Jahr 585 vorher verkündigte grosse Sonnenfinsterniss am 28. Mai des genannten Jahres wirklich eintraf. Den Ägyptern war infolge ihrer langjährigen Aufzeichnungen die Periode von 18 Jahren 11 Tagen bekannt, nach der die Sonnen- und Mondfinsternisse nahezu in gleicher Ordnung wiederkehren, und diese Periode muss Thales bei seinem Aufenthalte in Ägypten durch den Verkehr mit der ägyptischen Priesterschaft kennen gelernt haben. Von geometrischen Entdeckungen werden ihm durch spätere griechische Schriftsteller insbesondere zugeschrieben die Sätze von der Gleichheit der Scheitelwinkel und der Basiswinkel beim gleichschenkligen Dreieck, der Satz, dass der Winkel im Halbkreis ein rechter ist, und die Methode, die Höhe einer Pyramide durch die Länge ihres Schattens zu bestimmen. Steht aber fest, dass Thales in Ägypten gewesen und dort in die Geometrie eingeführt worden ist, so muss auch angenommen werden, namentlich mit Rücksicht auf den aus dem Papyrus Rhind ersichtlichen Stand der Geometrie in Ägypten tausend Jahre früher, dass die Ägypter zur Zeit des Thales alle diese Sätze

schon gehabt haben, und nur nationale Eitelkeit sie dem Thales zuschreiben konnte.

Von einer selbständigen griechischen Mathematik kann erst bei Pythagoras und der von ihm gegründeten Schule die Rede sein. Pythagoras, um 580—570 in Samos geboren, soll als Jüngling noch mit Thales verkehrt und später mehrere Jahre in Ägypten sich aufgehalten haben. Vielleicht hat er auch die Euphratländer besucht. Um 540—530 ist er dann nach Unteritalien, dem damaligen Grossgriechenland, gekommen und hat in Kroton den pythagoräischen Verein gestiftet, dessen Mitglieder, in strenger Ordenszucht und Gütergemeinschaft lebend, in erster Linie religiöse und ethische Ziele verfolgten, dabei aber auch die Pflege von Fertigkeiten, Künsten und Wissenschaften als Mittel zum Zweck betrachteten. Viele Jahrzehnte nach dem gegen Ende des VI. oder zu Anfang des V. Jahrhunderts erfolgten Tode des Pythagoras blühte dann die pythagoräische Schule in den dorischen Städten Unteritaliens, bis die um 440—430 gegen die Pythagoräer, als Träger des aristokratischen Prinzips, in Scene gesetzte und über ganz Unteritalien sich erstreckende Verfolgung die Sprengung der Schule, damit aber auch die Verbreitung der pythagoräischen Lehren in weitere Kreise bewirkte.

Wie viele der dem Pythagoras zugeschriebenen mathematischen Entdeckungen ihm selbst zukommen, wie viele seinen Schülern, lässt sich nicht bestimmen, da über diese Entdeckungen nur die Berichte späterer Schriftsteller vorliegen. Als sicher aber darf angenommen werden nach dem von Proklos, dem Kommentator des Euklid, mitgeteilten, wahrscheinlich aus der verloren gegangenen Geschichte der Geometrie des Eudemos ausgezogenen Verzeichnisse der Mathematiker vor Euklid, dass Pythagoras selbst den ersten Beweis für den nach ihm benannten Lehrsatz geliefert und damit der Geometrie sowohl wie der Zahlenlehre neue Bahnen eröffnet hat. Der pythagoräischen Schule kommt vor allem das Verdienst zu, die Geometrie zu einer reinen Wissenschaft erhoben zu haben, indem sie, um mit Proklus zu reden, die Theoreme derselben immaterieller und intellektueller erforschte. Dem entspricht, dass von jetzt an die rein konstruktive, die sogenannte synthetische Behandlungsweise der Geometrie die herrschende wird gegenüber der ägyptischen, der geodätischen.

Die so begonnene wissenschaftliche Behandlung der Geometrie musste mit Notwendigkeit zu neuen Entdeckungen führen, und so sehen wir denn auch die Pythagoräer in der zweiten Hälfte des V. Jahrhunderts im Besitze der wichtigeren in den ersten zwei Büchern der „Elemente“ des Euklid sich findenden Sätze. Unter anderem waren ihnen die in der Lehre von den Parallellinien auftretenden Winkelsätze bekannt; sie wussten, dass die Winkel im Dreieck zusammen zwei Rechte betragen; sie besassen Kongruenzsätze und Sätze über Gleichheit von Flächen; sie verstanden es, eine Figur in eine andere, die gegebenen Bedingungen genügt, zu verwandeln und Flächen zu konstruieren, welche die Summe oder Differenz gegebener Flächen bilden. Zu den drei schon den Ägyptern bekannten regulären Körpern, dem Tetraeder, Hexaeder und Oktaeder entdeckten sie die beiden noch fehlenden, das Dodekaeder und das Ikosaeder, und erkannten, dass jedem dieser fünf Körper eine Kugel umgeschrieben werden kann.

Nicht minder bedeutend waren die Leistungen der Pythagoräer in der Arithmetik. Die Anschauung, dass alles in der Welt nach Zahlenverhältnissen geordnet sei, musste notwendig zur Untersuchung der zwischen den ganzen Zahlen bestehenden Beziehungen führen, und so finden wir denn bei den Pythagoräern auch die Kenntnis der arithmetischen, geometrischen und harmonischen Verhältnisse und Reihen, sowie der figurierten Zahlen; auch waren sie im Besitze einer Regel zur Auffindung zweier Quadratzahlen, die zur Summe wieder eine Quadratzahl haben. Alle diese Entdeckungen treten aber vollständig zurück gegen die von den Pythagoräern, vielleicht schon von Pythagoras, gemachte Entdeckung des Irrationalen, die aufs engste mit dem pythagoräischen Lehrsatz zusammenhängt. Unter Benutzung dieses Lehrsatzes fanden nämlich die Pythagoräer, dass bei dem Quadrate das Verhältnis der Diagonale zur Seite sich überhaupt nicht durch ganze Zahlen darstellen lässt, dass also die Diagonale eines Quadrats mit messbarer Seite selbst unmessbar ist, oder, um in der Sprache der modernen Mathematik zu reden, dass keine ganze oder gebrochene Zahl existiert, die durch Multiplikation mit sich selbst die Zahl 2 erzeugt. War so die fundamentale Idee des Irrationalen den Pythagoräern aufgegangen, so blieb es ihnen doch versagt, in dieser Richtung weiter fortzuschreiten. Der Grund dafür lag in ihrem engen Zahlbegriff, der nur die ganzen Zahlen um-

fasste, jedoch unter Ausschluss der 1, die ihnen zwar Ursprung und Anfang aller Zahlen, aber nicht selbst Zahl war. Die Brüche dagegen repräsentierten ihnen nur die Verhältnisse zweier Zahlen, wurden aber nicht selbst als Zahlen angesehen. Ehe aber nicht durch die Aufnahme dieser letzteren unter die Zahlen die Reihe der rationalen Zahlen gebildet war, konnte keine Rede davon sein, durch Definition neuer Zahlen, eben der irrationalen, ein Zahlengebiet zu schaffen, dem das zukommt, was wir bei der geraden Linie Stetigkeit nennen, und dieser Schritt ist überhaupt von keinem Mathematiker des ganzen Altertums vollzogen worden. Man umging vielmehr die Einführung der irrationalen Zahlen dadurch, dass man die Verhältnisse von Grössen in konkreter Weise wieder durch Verhältnisse einfacher geometrischer Grössen, vor allem durch Streckenverhältnisse, repräsentierte und sie nicht in abstrakter Weise, nach Festlegung einer dritten Grösse als Einheit, durch Zahlen auszudrücken versuchte.

Auf den von den Pythagoräern geschaffenen Fundamenten erwuchs nun im Laufe des IV. Jahrhunderts, nachdem die führende Rolle in der Mathematik von den dorischen Städten Unteritaliens und Siziliens auf das griechische Festland übergegangen war, und die mathematischen Wissenschaften in Athen, namentlich in der Akademie des Plato und in der peripatetischen Schule des Aristoteles, eine neue Heimstätte gefunden hatten, der ebenso grossartige wie einheitliche Bau der elementaren Mathematik, wie er in den aus dreizehn Büchern bestehenden „Elementen" des Euklid um das Jahr 300 v. Chr. uns entgegentritt. Zu den teilweise schon bei den Pythagoräern vorhandenen Lehren von den geradlinig begrenzten Figuren war die Lehre vom Kreise hinzugekommen; die Lehre von den Proportionen und die damit im Zusammenhang stehende Lehre von der Ähnlichkeit der Figuren hatten eine abschliessende Behandlung, die auch die inkommensurablen Grössen eingehend berücksichtigte, erfahren; die Lehre von den ganzen Zahlen hatte wesentliche Fortschritte gemacht; endlich war eine Stereometrie entstanden, die sich nicht nur auf die von Ebenen begrenzten räumlichen Gebilde erstreckte, sondern auch Kugeln, Cylinder und Kegel in den Kreis ihrer Betrachtungen zog. Mehr aber noch als durch die Fülle des gebotenen Stoffes zeichnen sich die „Elemente" aus durch die logische Gliederung und die Strenge der Beweisführung, die als eine Frucht der engen Beziehung zwischen Mathematik und Philosophie, wie sie namentlich von Plato

und Aristoteles gepflegt wurde, anzusehen sind. Den genannten Eigenschaften ist es auch zuzuschreiben, dass das in den „Elementen“ kodifizierte System der elementaren Mathematik noch heute, nach mehr als zweitausend Jahren, die Grundlage für den mathematischen Unterricht an unseren Schulen bildet, und zugleich wird es erklärlich, dass mit dem Erscheinen der „Elemente“ die vorher vorhandenen Schriften über elementare Mathematik ihre Bedeutung vollständig einbüssten und dann bald für immer aus der Litteratur verschwanden.

Zur praktischen Durchführung der in den „Elementen“ des Euklid verlangten Konstruktionen — mögen dieselben zum Beweise aufgestellter Sätze oder zur Lösung vorgelegter Aufgaben dienen — sind ausschliesslich Lineal und Zirkel erforderlich, und dem entsprechend wird eine geometrische Aufgabe nur dann als eine elementare betrachtet, wenn ihre Lösung bei geometrischer Behandlung ausschliesslich auf das Ziehen von geraden Linien und von Kreisen, bei algebraischer Behandlung auf die Auflösung von Gleichungen des ersten und zweiten Grades zurückgeführt werden kann.

Lange vor Euklid war nun schon die zu immer kühnerem Fluge ausholende mathematische Spekulation auf Probleme gestossen, deren Lösung auf elementarem Wege, trotz wiederholter Inangriffnahme durch mathematische Denker ersten Ranges, nicht gelingen wollte. Man war aber zunächst auch nicht im stande, die Unmöglichkeit einer derartigen Lösung nachzuweisen. Gerade Probleme dieser Art sind durch den Reiz, der in der Ungewissheit liegt, für die Entwickelung der Wissenschaft von hervorragender Bedeutung. Alle Geisteskräfte werden bis aufs Äusserste angespannt, solange noch die Aussicht besteht, dass eine derartige Aufgabe sich mit den zur Verfügung stehenden Methoden lösen lässt. Der Geist erstarkt bei diesem Ringen und erreicht entweder auf dem betretenen Wege die Lösung der gestellten Aufgabe, damit zugleich neuen Mut für die Behandlung noch schwierigerer Probleme gewinnend, oder aber er kommt zur Überzeugung, dass die Aufgabe mit Hilfe der alten Methoden unlösbar ist, und beginnt nun neue Hilfsmittel, die zur Lösung derselben dienen könnten, zu ersinnen.

Drei Probleme der erwähnten Art waren es nun hauptsächlich, welche den Scharfsinn der Mathematiker zwischen Pythagoras und Euklid und auch noch der späteren herausforderten, sie zu den höchsten Anstrengungen anspornten

und damit die Entwickelung der mathematischen Wissenschaft in neue Bahnen lenkten. Vor allem das Problem der Quadratur des Kreises und weiter dann die Probleme der Dreiteilung des Winkels und der Verdoppelung des Würfels.

Uralt ist die Aufgabe, den Inhalt einer Kreisfläche bei gegebener Radiuslänge zu bestimmen. Mit ihr haben sich die Ägypter schon beschäftigt, wie die im Papyrus Rhind am Ende des zweiten Teiles aufgezeichnete Rechnung beweist, bei der für den Inhalt des Kreises der Inhalt eines Quadrates genommen wird, dessen Seite $^8/_9$ des Durchmessers beträgt. Die dadurch erzielte Annäherung reichte für die praktischen Zwecke, welche die Ägypter dabei im Auge hatten, vollständig aus; ja diese Annäherung ist sogar noch besser als manche in späterer Zeit benutzte. Als nun die griechischen Mathematiker diese Aufgabe aufnahmen, kleideten sie dieselbe vor allem in ein rein geometrisches Gewand, indem sie die Konstruktion eines Quadrates verlangten, das denselben Flächeninhalt hat wie der gegebene Kreis. Die Lösung der so formulierten Aufgabe glaubte Antiphon, ein Zeitgenosse des Sokrates, gefunden zu haben; er schrieb nämlich dem Kreise ein Quadrat ein, ging vom Quadrate zum eingeschriebenen regulären Achteck, von diesem zum Sechzehneck über und behauptete, dass durch fortgesetzte Wiederholung dieses Verfahrens schliesslich die Kreisfläche erschöpft werde, und damit das Problem gelöst sei, da man jedes Polygon in ein Quadrat zu verwandeln verstand. War diese Behauptung auch irrig, so gebührt doch Antiphon das Verdienst, den fundamentalen Gedanken der Exhaustion in die Wissenschaft eingeführt und damit den Weg gewiesen zu haben, durch dessen konsequente Verfolgung später die Berechnung von Flächen mit krummliniger Begrenzung gelang. Operierte Antiphon ausschliesslich mit eingeschriebenen Polygonen, so nahm sein Zeitgenosse Bryson die dem Kreise umgeschriebenen regulären Polygone hinzu und führte dadurch den Begriff der Einschliessung einer zu bestimmenden Grösse zwischen zwei Schranken ein. Ganz anders wie die genannten beiden Mathematiker ging ihr Zeitgenosse Hippokrates von Chios vor. Ihm war es gelungen, über den Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks zwei von Kreisbogen begrenzte, mondsichelförmige Figuren, die jetzt sogenannten „lunulae Hippocratis“, zu konstruieren, die zusammen denselben Inhalt hatten, wie das Dreieck, und damit als der erste den Nachweis zu erbringen,

dass in der That krummlinig begrenzte Figuren existieren, die sich durch elementare Konstruktionen in Quadrate verwandeln lassen. Gelang es ihm auch nicht, mit Hilfe solcher mondsichelförmigen Figuren den Kreis zu quadrieren, so befestigte sich doch durch das von ihm Geleistete bei den Mathematikern die Überzeugung, dass die Quadratur des Kreises ausschliesslich mit Hilfe von Lineal und Zirkel durchführbar sei, und so ging, indem man auf diese Art der Lösung nun das Hauptgewicht legte, aus der früher allgemein gestellten Aufgabe jetzt das Problem der Quadratur des Kreises im engeren Sinne hervor, mit dem sich von da an bis auf die Gegenwart die hervorragendsten Mathematiker beschäftigt haben, wenn auch schliesslich nur noch mit der Absicht, die Unausführbarkeit der Kreisquadratur mit Hilfe von Lineal und Zirkel nachzuweisen. Dass das Problem der Quadratur der Kreisfläche äquivalent ist mit dem Problem der Rektifikation der Kreislinie, also mit der Aufgabe, die Länge der Kreislinie bei gegebenem Durchmesser zu bestimmen, erkannte zuerst der in der zweiten Hälfte des IV. Jahrhunderts lebende Mathematiker Dinostratus. Er fand nämlich, wie Pappus berichtet, dass der Inhalt eines Kreises genau gleich ist dem halben Inhalt des Rechtecks, welches zur Grundlinie die Kreisperipherie, zur Höhe den Radius hat, oder, was dasselbe, dass die Kreisfläche zu dem aus dem Radius gebildeten Quadrate dasselbe Verhältnis hat wie die Peripherie zum Durchmesser. Diese Verhältniszahl bezeichnet man nach dem Vorgange von Euler durch den griechischen Buchstaben π. Ist diese Verhältniszahl π einmal eingeführt, dann kann man die geometrische Frage, ob die Quadratur der Kreisfläche oder die damit äquivalente Rektifikation der Kreislinie mit Hilfe von Lineal und Zirkel allein ausführbar ist oder nicht, in die arithmetische umsetzen, ob die Zahl π sich durch einen Ausdruck darstellen lässt, der sich aus ganzen Zahlen als Elementen mit Hilfe einer endlichen Anzahl von Additions-, Subtraktions-, Multiplikations-, Divisions- und Quadratwurzelzeichen aufbaut, oder ob dieses nicht möglich ist. In der Zeit vor Euklid erfuhr nun das Problem der Quadratur des Kreises eine weitere Förderung nicht mehr; in den „Elementen“ des Euklid kommt es überhaupt nicht vor. Nur der eine damit in Zusammenhang stehende, schon von Hippokrates aufgestellte Satz, dass Kreisflächen sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, wird dort, und wohl zum erstenmale strenge, mit Hilfe der Exhaustionsmethode bewiesen.

Grösseren Erfolg als bei dem Problem der Quadratur des Kreises hatten die Geometer vor Euklid bei der Behandlung der beiden anderen vorher genannten Probleme, der Dreiteilung des Winkels und der Verdoppelung des Würfels. Das erstere Problem musste mit Notwendigkeit auftreten, nachdem die Dreiteilung des rechten Winkels mit Hilfe von Lineal und Zirkel geglückt war; andererseits führte die auf Grund des pythagoräischen Lehrsatzes gelungene Konstruktion eines Quadrates, dessen Inhalt doppelt so gross ist wie der eines gegebenen, zur Formulierung des entsprechenden Raumproblems, einen Würfel zu konstruieren, dessen Inhalt doppelt so gross ist wie der eines gegebenen. Auch diese beiden Probleme spotteten aller Versuche, sie mit Hilfe von Lineal und Zirkel zu lösen, und den Grund dafür würden die Alten sofort erkannt haben, wenn sie die erst im Mittelalter entstandene Lehre von den algebraischen Gleichungen schon besessen hätten. Denn beide Aufgaben führen bei algebraischer Behandlung auf eine Gleichung des dritten Grades, und die Auflösung einer solchen kann nur in ganz speziellen Fällen auf die Auflösung von Gleichungen des ersten und zweiten Grades, deren Koeffizienten sich rational aus den Koeffizienten der ursprünglichen Gleichung zusammensetzen, reduziert werden. Aber gerade der Widerstand, den die genannten Probleme der elementargeometrischen Behandlung entgegensetzten, gab den Anstoss zu höheren geometrischen Untersuchungen von fundamentaler Bedeutung. Die Lehre von den geometrischen Örtern entsteht und wird ausgebildet; die sogenannte kinematische Geometrie, bei der eine krumme Linie als Bahn eines beweglichen Punktes definiert wird, dessen Bewegung sich aus einfachen, direkt der Anschauung zugänglichen und daher auch auf mechanischem Wege erzeugbaren, Bewegungen zusammensetzt, beginnt sich zu entwickeln; Kurven von charakteristischer Gestalt werden dadurch gewonnen und auf ihre Eigenschaften untersucht, so die Quadratrix des Dinostratus, durch welche sowohl die Rektifikation der Kreislinie, wie die Dreiteilung eines beliebigen Winkels bewirkt werden kann; später dann die Conchoide des Nikomedes und die Cissoide des Diokles, die beide zur Verdoppelung des Würfels geeignet sind. Viel wichtiger aber als die Gewinnung der genannten Kurven, die jetzt nur noch ein historisches Interesse beanspruchen können, war die dem Bruder des Dinostratus, dem Menächmus, einem Schüler des Philosophen Plato und des Mathematikers Eudoxus, gelungene Auffindung der einfachsten zur Verdoppelung des Würfels ebenso wie zur Drei-

teilung des Winkels geeigneten Kurven und die daran sich anschliessende Entdeckung, dass diese Kurven auch durch Schneiden von Umdrehungskegeln vermittels Ebenen erhalten werden können.

Ein Umdrehungskegel entsteht, wenn sich eine unbegrenzte Gerade um eine andere sie schneidende Gerade als Achse dreht. Die so entstandene Kegelfläche besitzt zwei Schalen, die in einem Punkte, dem sogenannten Scheitel, zusammenstossen. Die Linie, um welche die Drehung erfolgte, wird die Achse der Kegelfläche genannt. Schneidet man diese Fläche durch eine Ebene, welche nur eine der beiden Schalen trifft, so entsteht, je nach der Stellung dieser Ebene, entweder eine geschlossene ovalförmige Kurve, die — auch als Schnitt einer Cylinderfläche mit einer Ebene erzeugbar — den Namen „Ellipse" führt und die in dem besonderen Falle, wo die schneidende Ebene senkrecht zur Achse steht, in einen Kreis übergeht, oder aber eine sich ins Unendliche erstreckende offene Kurve, welche „Parabel" genannt wird. Wird dagegen die schneidende Ebene so gelegt, dass beide Schalen der Kegelfläche getroffen werden, so erhält man eine aus zwei getrennten sich ins Unendliche erstreckenden Äste bestehende Kurve, die sogenannte „Hyperbel". Diese drei, zuerst von Menächmus betrachteten, Kurven heissen bei zusammenfassender Benennung „Kegelschnitte".

Worin liegt nun die fundamentale Bedeutung der Entdeckung der Kegelschnitte für die Entwickelung der griechischen Geometrie? Nicht nur in der Fülle der merkwürdigen Eigenschaften, welche dieselben besitzen, und den die Phantasie mächtig anregenden Beziehungen, welche infolge der gemeinsamen Abstammung dieser drei Kurven zwischen ihren Eigenschaften bestehen, sondern vor allem darin, dass alle wesentlichen Eigenschaften dieser Kurven durch elementargeometrische Betrachtungen erhalten und unzählige auf dieselben sich beziehenden Konstruktionen ausschliesslich mit Hilfe von Lineal und Zirkel ausgeführt werden können, ja sogar noch in solchen Fällen, wo die Kurven selbst nicht gezeichnet vorliegen, sondern nur durch Angabe gewisser charakteristischen Elemente bestimmt erscheinen; endlich aber auch noch darin, dass viele Aufgaben, die sich auf elementarem Wege nicht bewältigen lassen, gelöst werden können, sobald man diese Kurven zu Hilfe nimmt.

So bot sich denn durch die Entdeckung der Kegelschnitte in der zweiten Hälfte des IV. Jahrhunderts der mathematischen Spekulation ein neues, unerschöpf-

liches Arbeitsfeld dar, auf dem schon bis zum Jahre 300 v. Chr. durch Menächmus und seinen Nachfolger Aristäus soviel vorgearbeitet war, dass Euklid ein die Untersuchungen seiner Vorgänger zusammenfassendes und erweiterndes Werk „Von den Kegelschnitten" verfassen konnte. Leider ist dieses Werk des Euklid verloren gegangen, ebenso wie seine drei Bücher der „Porismen", seine zwei Bücher der „Örter auf den Oberflächen", sowie seine Arbeiten „Über Trugschlüsse" und „Über Teilung der Figuren"; aber schon das Wenige, was die nachchristlichen Kommentatoren Pappus und Proklus über den Inhalt dieser Werke berichtet haben, genügt vollständig, um die grosse Bedeutung derselben zu erkennen.

Um das Jahr 300 v. Chr. war die Mathematik, nachdem Griechenland seine politische Freiheit und Selbständigkeit, Athen seine Bedeutung als Mittelpunkt alles Wissens und aller Bildung verloren hatte, nach dem Lande ihres Entstehens, nach Ägypten, zurückgekehrt, um in Alexandria eine neue Heimstätte zu finden. Dort gründete Ptolemäus Philadelphus nicht nur die später so berühmt gewordene Bibliothek, sondern auch das, eine Nachahmung der Platonischen Akademie und des Aristotelischen Peripatos bildende, Museion und erhob dadurch Alexandria sofort zum Mittelpunkt aller wissenschaftlichen Studien. Dorthin zogen jetzt gelehrte Männer aus allen Ländern, um, geschützt und gefördert durch die auch selbst vielfach litterarisch thätigen Ptolemäer, in engem gegenseitigen Verkehr ganz der Wissenschaft zu leben. Dorthin, wie zu einer Universität, strömten wissbegierige Jünglinge aus den Mittelmeerländern sowohl wie aus dem fernen Osten, um von Forschern ersten Ranges in die Wissenschaften eingeführt zu werden. Dort entstand durch die enge Berührung der griechischen Kultur mit der uralten des Orients eine neue Ideenwelt, und von dort gingen durch Jahrhunderte hindurch nach allen Richtungen fruchtbringende wissenschaftliche Strömungen aus.

Mit der Übersiedelung nach Alexandria beginnt die Glanzperiode der griechischen Mathematik. Die Reihe der grossen alexandrinischen Mathematiker eröffnet Euklid, dessen Blütezeit um das Jahr 300 v. Chr. fällt. Wieviel uns auch von seinen Schriften erhalten ist, über seinen äusseren Lebensgang wissen wir nichts; nicht einmal sein Vaterland ist uns bekannt, nicht einmal sein Ge-

burts- und Todesjahr lassen sich feststellen. Mit Eratosthenes und Apollonius zusammen bildet er das glänzende, im Zenith der alexandrinischen Mathematik stehende Dreigestirn, von dem noch Jahrhunderte lang erleuchtende und erwärmende Strahlen ausgegangen sind.

Eratosthenes, um das Jahr 275 v. Chr. in Kyrene, einer therischen Kolonie an der Nordküste Afrikas, geboren, erhielt seine wissenschaftliche Ausbildung in Athen und kam dann zwischen 240 und 236, einem Rufe des Ptolemäus Euergetes folgend, an die grosse Bibliothek zu Alexandria als Vorsteher. Zweifellos verdankt er dieser seiner Stellung die grosse Vielseitigkeit, die wir an ihm bewundern müssen; denn nicht nur in der Mathematik und der damit zusammenhängenden Astronomie und Geodäsie, sondern auch in der Chronologie und Geographie hat er Hervorragendes geleistet, ganz abgesehen von seiner Thätigkeit als Dichter, Grammatiker und Philosoph. Von den zahlreichen Schriften, welche dieser merkwürdige Mann während seines langen, bis zum Jahre 194 sich erstreckenden Lebens verfasst hat, sind leider nur Fragmente auf uns gekommen, und wir sind daher für die Beurteilung seiner Leistungen vielfach nur auf die Berichte späterer Schriftsteller angewiesen. Er verfasste ein, später verloren gegangenes, Werk „Über Mittelgrössen“, das sich nach dem Berichte des Pappus mit den geometrischen Örtern beschäftigte; er gab in einem an seinen Gönner, den König Ptolemäus Euergetes, gerichteten, vollständig auf uns gekommenen Briefe ein neues, mit Hilfe einer mechanischen Vorrichtung leicht ausführbares Verfahren an, um die aus dem Probleme der Würfelverdoppelung durch Verallgemeinerung entstandene Aufgabe der beliebigen Vervielfältigung eines Würfels zu lösen; er ersann eine Methode, das sogenannte „Sieb des Eratosthenes“, um auf kürzestem Wege die unter einer gegebenen Zahl liegenden Primzahlen aufzufinden. Die eigentliche Bedeutung des Eratosthenes aber liegt auf dem Gebiete der angewandten Mathematik. Mit Hilfe der grossen Armillarsphären, die Ptolemäus Euergetes auf seine Veranlassung hin verfertigen liess, bestimmte er die Schiefe der Ekliptik mit solcher Genauigkeit, dass der von ihm gefundene Wert nur um wenige Minuten von dem später auf Grund des Gravitationsgesetzes für die damalige Zeit berechneten abweicht. Er war der erste, der eine Gradmessung und damit die Bestimmung des Erdumfangs unternahm; er ist der Vater der mathematischen Geographie.

Hatte Euklid, auf schon vorhandenen Fundamenten weiter arbeitend, in seinen „Elementen“ den stolzen Bau der elementaren Geometrie aufgerichtet und im wesentlichen vollendet, Eratosthenes auf dem Gebiete der angewandten Mathematik bahnbrechend gewirkt, so war es Apollonius vorbehalten, die Theorie der Kegelschnitte auf eine solche Höhe zu bringen, dass mit den vorhandenen Methoden ein weiterer wesentlicher Fortschritt nicht möglich war. Etwa um das Jahr 250 v. Chr. zu Pergä in Pamphilien geboren, kam Apollonius schon als Jüngling nach Alexandria und widmete sich dort in der, auch nach dem Tode ihres Begründers noch fortblühenden, Schule des Euklid dem Studium der Mathematik; von da an bis zu seinem etwa um das Jahr 200 erfolgten Tode hat er sich, von einer grösseren wissenschaftlichen Reise nach Kleinasien abgesehen, wahrscheinlich dauernd in Alexandria aufgehalten. Von dem grössten Teile seiner Schriften kennen wir kaum mehr als die Titel, aber neben einer arabischen Übersetzung seiner zwei Bücher „Vom Verhältnisschnitt“ sind uns glücklicherweise von seinem aus acht Büchern bestehenden Hauptwerke „Von den Kegelschnitten“ die ersten vier Bücher im griechischen Urtext, die drei folgenden in einer arabischen, von Thabit ibn Korrah in der zweiten Hälfte des IX. Jahrhunderts n. Chr. angefertigten Übersetzung erhalten geblieben.

Über die Anlage und den Inhalt seines Werkes spricht sich Apollonius selbst in den Vorreden zu den einzelnen Büchern aus. Demnach enthalten die ersten vier Bücher die Elemente der Theorie, welche er im Anschlusse an seine Vorgänger, hauptsächlich an Euklid, Konon und Nikoteles, zusammengestellt und wesentlich vervollständigt hatte; die übrigen vier Bücher dagegen bringen Sätze und Aufgaben, die, wie er ausdrücklich erwähnt, von seinen Vorgängern nicht behandelt worden sind, also ausschliesslich eigene, weit über die Elemente hinausgehende Untersuchungen. Darin mag auch der Grund liegen, dass nur die ersten vier Bücher, insoferne sie in ihrer Gesamtheit ein Lehrbuch für Studierende bildeten, eine weitere Verbreitung gefunden haben und dadurch uns im griechischen Urtext überkommen sind.

In diesen ersten vier Büchern werden nun zum erstenmale beliebige Kreiskegel durch Ebenen geschnitten, und die so entstehenden Kurven als nicht verschieden von den bereits früher aus den Umdrehungskegeln erhaltenen Kegelschnitten nachgewiesen. Durch gleichzeitige Betrachtung der beiden Äste der Hyperbel

wird der innere Zusammenhang zwischen den Eigenschaften der Hyperbel und denen der Ellipse aufgedeckt. Die Theorie der konjugierten Durchmesser und der zu der Hyperbel gehörigen Asymptoten wird entwickelt und zur Bestimmung des Mittelpunkts und der Achsen eines gegebenen Kegelschnitts sowie zur Konstruktion von Tangenten verwertet. Die Brennpunkte der Ellipse und der Hyperbel werden definiert und im Anschlusse daran werden dann die sogenannten Brennpunktseigenschaften dieser Kurven abgeleitet. Sätze über Abschnitte von Sekanten und Tangenten der Kegelschnitte treten auf, in welchen die Anfänge der erst in unserem Jahrhundert zur vollen Entwickelung gelangten projektivischen Geometrie zu erblicken sind. Endlich wird die Anzahl der möglichen Schnittpunkte und Berührungspunkte zweier Kegelschnitte bestimmt.

In den letzten vier, ausschliesslich eigene Untersuchungen des Apollonius enthaltenden Büchern dagegen werden schwierigere Probleme der Kegelschnitttheorie behandelt. Vor allem wird in dem umfangreichsten dieser Bücher, dem fünften, die Aufgabe, an einen Kegelschnitt von einem in seiner Ebene gelegenen Punkte aus die kürzesten und längsten Linien zu ziehen, in genialster Weise für jede mögliche Lage des Punktes behandelt und die Identität dieser Linien mit den Normalen nachgewiesen. Gerade diese Untersuchungen müssen als die höchste Leistung des Apollonius betrachtet werden. Das sechste Buch beschäftigt sich dann mit der Lehre von der Kongruenz und der Ähnlichkeit der Kegelschnitte und mit der Aufgabe, einen gegebenen Kegelschnitt auf einen gleichfalls gegebenen Umdrehungskegel zu legen. Im siebenten Buche dagegen treten in der Hauptsache Sätze auf, welche sich auf die Längen konjugierter Durchmesser bei der Ellipse und bei der Hyperbel und auf den Inhalt des von zwei solchen Durchmessern gebildeten Parallelogramms beziehen, und im verloren gegangenen achten Buche endlich sind dann, wie aus der Vorrede zum siebenten Buche zweifellos hervorgeht, die im siebenten Buche abgeleiteten Sätze zur Lösung von Aufgaben verwendet worden.

Mit Apollonius hat die konstruktive Geometrie der Alten nach einer durch vier Jahrhunderte sich erstreckenden stetigen Entwickelung ihren Höhepunkt und zugleich diejenige Grenze erreicht, welche ihr durch die Natur des griechischen Geistes gesetzt war. Die rechnende Geometrie dagegen war bis in die Mitte des III. Jahrhunderts nicht über die ersten Anfänge hinausgekommen,

und der Grund dafür ist darin zu suchen, dass es dem durchaus geometrisch angelegten Geiste der Griechen widerstrebte, geometrische Untersuchungen mit Hilfe von Rechnungen durchzuführen; sagt doch sogar Aristoteles: „Man kann nicht etwas beweisen, indem man von einem anderen Genus ausgeht, z. B. nichts Geometrisches durch Arithmetik. . . . Wo die Gegenstände so verschieden sind, wie Arithmetik und Geometrie, da kann man nicht die arithmetische Beweisart auf das, was den Grössen überhaupt zukommt, anwenden, wenn nicht die Grössen Zahlen sind, was nur in gewissen Fällen vorkommen kann". Diese Einseitigkeit und zugleich die durch die Einwürfe der Sophisten, vor allem Zeno's, noch verstärkte Scheu, Grössen durch unendliche Annäherungen zu bestimmen, sind auch der Grund gewesen, dass bis zu der genannten Zeit weder die Berechnung des Inhalts von ebenen Flächenstücken, die durch krumme Linien, noch auch des Inhalts von Körpern, die durch krumme Oberflächen begrenzt sind, in Angriff genommen war. Da holt der griechische Geist, dem schon so vieles Gewaltige gelungen war, von der erreichten Höhe zu noch kühnerem Fluge aus; Sizilien hatte den Mann hervorgebracht, der diesen Flug mit Erfolg wagen sollte; Archimedes, der Syrakusaner, tritt auf.

Geboren im Jahre 287 v. Chr. als Sohn des Astronomen Pheidias von Syrakus, hat Archimedes den grössten Teil seines Lebens in seiner Vaterstadt zugebracht. Dass er in Ägypten gewesen, berichtet Diodor; jedenfalls hat er mit Alexandria in regem wissenschaftlichen Verkehr gestanden; von ihm gefundene Sätze pflegte er dem dort lebenden, ihm eng befreundeten Mathematiker Konon zuerst mitzuteilen; mehrere seiner nach dem Tode des Freundes vollendeten Arbeiten sind dem Schüler desselben, dem Dositheus, gewidmet.

Seine Schriften hat Archimedes im sizilisch-dorischen Dialekte abgefasst. Durch ein gütiges Geschick sind die sieben wichtigsten uns erhalten geblieben, sechs davon in griechischer Sprache, eine in lateinischer Bearbeitung. Der dänische Philologe Heiberg hat es unternommen, die ursprüngliche Form der sechs zuerst genannten Schriften wiederherzustellen und dieselben mit einer lateinischen Übersetzung zu versehen; seit 1881 besitzen wir seine Ausgabe der sämtlichen Werke des Archimedes.

Von den Schriften des Archimedes ist „Die Kreismessung" die bekannteste. An dem Probleme der Quadratur des Kreises, mit dem sich die griechischen

Mathematiker schon seit zweihundert Jahren beschäftigt hatten, ohne es wesentlich zu fördern, konnte ein Mann wie Archimedes nicht vorübergehen. Er ist der erste gewesen, der den von Antiphon und Bryson in die Wissenschaft eingeführten Gedanken der Exhaustion im Anschlusse an Eudoxus bis in seine letzten Konsequenzen verfolgt hat und dadurch zu einer Methode gelangt ist, welche die Zahl π bis zu jeder Annäherung zu berechnen gestattet. Unter Verwendung von regulären, dem Kreise eingeschriebenen und umgeschriebenen Polygonen gibt er zunächst einen strengen Beweis des in etwas anderer Form schon von Dinostratus aufgestellten Satzes, dass der Inhalt eines Kreises derselbe ist wie der Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks, von dem die eine Kathete dem Radius, die andere dem Umfang des Kreises gleich ist; und dann nimmt er die Berechnung des Kreisumfangs in Angriff. Bis zum eingeschriebenen und umgeschriebenen 96-Eck fortschreitend gelangt er zu dem Satze, dass, in moderner Ausdrucksweise, die Zahl π grösser als $3\frac{10}{71}$ und kleiner als $3\frac{10}{70}$ ist.

Um dieses Resultat richtig würdigen zu können, darf man nicht vergessen, dass die Rechenkunst, die sogenannte Logistik, bei den Griechen damals noch auf sehr niedriger Stufe stand. Schon die Ausführung von Multiplikationen und Divisionen bereitete nicht geringe Schwierigkeiten; denn die grosse Erfindung der Inder, alle Quantitäten durch neun Zahlzeichen und die Null auszudrücken, wurde erst sechshundert Jahre später gemacht. Archimedes aber musste, um zu seinem Resultate zu gelangen, aus verhältnismässig grossen Zahlen die Quadratwurzel ausziehen. Dabei erweist er sich als ein Meister der Rechenkunst, und als solcher tritt er uns auch entgegen, wenn er in einer anderen seiner Schriften, die den Titel „Sandeszahl“ führt, einen Weg angibt, um nicht nur die Zahl der Sandkörner in einer Sandkugel von der Grösse der Aristarchus'schen Fixsternkugel, sondern auch jede noch grössere Zahl in griechischer Sprache, ohne dieser Gewalt anzuthun, zu benennen.

Mit der fortschreitenden Entwickelung der Rechenkunst ist im Laufe der Jahrhunderte das von Archimedes erzielte Resultat, welches die Zahl π bis auf zwei Dezimalstellen genau angibt, immer mehr überholt worden. Bis auf eine Genauigkeit von neun Dezimalstellen gelangte der grosse französische Mathematiker Vieta, bis auf eine solche von fünfzehn der im Jahre 1593 von Fürstbischof Julius als erster Professor der Medizin hierher berufene, als Arzt

ebenso wie als Mathematiker bedeutende Niederländer Adrian van Roomen; die 35. Dezimalstelle erreichte Ludolf van Ceulen. Aber alle diese genannten Berechnungen haben zur Grundlage die von Archimedes in seiner „Kreismessung“ geschaffene Methode, und auch die von Snellius und Huygens in der ersten Hälfte des XVII. Jahrhunderts angewandten Methoden können nur als eine weitere Ausbildung der Archimedischen angesehen werden. Verlassen wurde diese geometrische Methode erst, nachdem die in der zweiten Hälfte des XVII. Jahrhunderts zur vollen Entwickelung gekommene Analysis des Unendlichen die Mittel geliefert hatte, um die Zahl π rein arithmetisch, sei es durch ein unendliches Produkt oder durch einen unendlichen Kettenbruch oder durch eine unendliche Reihe, zu definieren. Damit trat dann auch die fundamentale Frage nach der Natur der Zahl π in den Vordergrund. Nach dem Vorgange des Elsässers Lambert bewies Legendre am Ende des vorigen Jahrhunderts, dass sowohl π wie das Quadrat von π eine irrationale Zahl, also eine nicht durch den Quotienten zweier ganzen Zahlen darstellbare Zahl ist, und endlich fand im Jahre 1882 Ferdinand Lindemann, der damals, nachdem er 1877 als Privatdozent an unserer Hochschule seine wissenschaftliche Laufbahn begonnen hatte, Professor in Freiburg war und jetzt an der Münchener Hochschule thätig ist, gestützt auf fundamentale Untersuchungen des grossen französischen Mathematikers Hermite, eines Ehrendoktors unserer philosophischen Fakultät, dass die Zahl π überhaupt nicht Wurzel einer algebraischen Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten sein, geschweige denn durch einen Ausdruck dargestellt werden kann, der sich aus ganzen Zahlen als Elementen mit Hilfe einer endlichen Anzahl von Additions-, Subtraktions-, Multiplikations-, Divisions- und Quadratwurzelzeichen aufbaut. Damit war denn auch die uralte Frage, ob es möglich sei, mit Hilfe von Lineal und Zirkel ein Quadrat zu konstruieren, das denselben Inhalt hat wie ein gegebener Kreis, endgiltig, wenn auch in verneinendem Sinne, beantwortet.

An die „Kreismessung“ des Archimedes schliesst sich naturgemäss seine Schrift „Von der Kugel und dem Cylinder“ an. Zum erstenmale im Altertum wird in dieser Schrift die Bestimmung des Inhalts gekrümmter Flächen, zunächst der Mantelflächen des Umdrehungscylinders und des Umdrehungskegels, weiter dann der Kugeloberfläche und der Kugelkalotte, unternommen. In analoger Weise wie bei der Kreismessung vorgehend führt Archimedes diese

Bestimmungen unter Benutzung des Exhaustionsverfahrens durch, und er gelangt so schliesslich zu dem schönen Resultate, dass der Inhalt einer jeden der vier genannten Flächen gleich ist dem Inhalte eines Kreises, dessen Radius in jedem Falle aus gewissen, zugleich mit der Fläche unmittelbar gegebenen Längen durch elementare Konstruktionen erhalten werden kann. Speziell für die Kugel findet er, dass deren Oberfläche den vierfachen Inhalt ihres grössten Kreises besitzt, und dass bei dem der Kugel umgeschriebenen Cylinder nicht nur die Oberfläche anderthalbmal so gross als die Kugeloberfläche, sondern auch das Volumen anderthalbmal so gross als das Kugelvolumen ist. Die letzteren Entdeckungen scheint Archimedes als seine bedeutendsten angesehen zu haben, denn auf seinen ausdrücklichen Wunsch hin soll, wie Plutarch berichtet, auf den Grabstein, der ihm nach seinem im Jahre 212 bei der Einnahme von Syrakus durch die Römer erfolgten Tode gesetzt wurde, die Figur einer Kugel mit dem ihr umgeschriebenen Cylinder eingemeisselt worden sein. Betrachtet man vom Standpunkte des modernen Mathematikers aus die Bestimmung der Kugeloberfläche und des Kugelvolumens durch Archimedes, so erkennt man, dass die von ihm benutzte Methode von demselben Prinzipe ausgeht, welches die Grundlage unserer modernen Integralrechnung bildet, und welches darin besteht, dass man eine Grösse, die man nicht direkt bestimmen kann, dadurch zu bestimmen sucht, dass man sie als Grenze einer Summe von unendlich vielen unendlich kleinen Grössen auffasst. In dieser Richtung aber den entscheidenden letzten Schritt zu thun, die Grösse selbst als Grenze einer ohne Aufhören ihr zustrebenden veränderlichen Grösse zu definieren, daran wurde Archimedes, wenn er auch in seinem Geiste diesen Grenzübergang vollzogen hat, durch die auch ihm als Griechen angeborene Scheu vor dem Unendlichen, dem *ἄπειρον*, gehindert, und so musste er in jedem einzelnen Falle zur vollen Sicherstellung des intuitiv als richtig erkannten Resultates den Weg des indirekten Beweises vermittels der Exhaustionsmethode einschlagen.

Integrationen im angegebenen Sinne macht Archimedes auch, wenn er in einer weiteren Schrift „Von den Konoiden und Sphäroiden“ die Volumina von Segmenten gewisser Umdrehungskörper bestimmt. Diese Körper sind einmal die beiden, welche von den durch Drehung einer Parabel und eines Hyperbelastes um die Symmetrieachse entstehenden Oberflächen begrenzt werden, die

Konoide des Archimedes, dann aber auch die beiden, welche entstehen, indem man eine Ellipsenfläche das eine Mal um ihre grosse, das andere Mal um ihre kleine Achse sich drehen lässt, die Sphäroide des Archimedes. Der Ausführung der genannten Volumbestimmungen muss die Quadratur der von einer beliebigen Ellipse begrenzten Fläche vorausgehen. Dieses Problem löst denn auch Archimedes an erster Stelle, und dann benutzt er zur endgiltigen Bestimmung der Volumina den zuerst von ihm gefundenen Satz über die Summe der ersten n Quadratzahlen. Achtzehn Jahrhunderte vergingen, ohne dass ein Mann auftrat, der imstande gewesen wäre, über die von Archimedes in seiner Schrift „Von den Konoiden und Sphäroiden" gemachten Untersuchungen hinauszugehen. Dieses gelang erst unserem grossen Kepler, der, angeregt durch das Studium der Archimedischen Schriften, in seiner 1615 erschienenen „Doliometrie" die Volumina einer ganzen Reihe neuer Umdrehungskörper zu berechnen lehrte und dadurch einen wesentlichen Anstoss zur Entstehung der eigentlichen Integralrechnung gab.

Die letzte der reinen Mathematik angehörige Schrift des Archimedes führt den Titel „Von den Schneckenlinien". Dreht sich eine Gerade in der Ebene um einen ihrer Punkte mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, so beschreibt ein in dieser Geraden vom Drehpunkte aus mit konstanter Geschwindigkeit sich fortbewegender Punkt eine sich unbegrenzt oft um den festen Drehpunkt windende Kurve, deren einzelne Windungen eben die Archimedischen Schneckenlinien sind. Diese Kurve wird jetzt zu Ehren ihres Erfinders „die Archimedische Spirale" genannt. Mit ihrer Hilfe lässt sich auf die einfachste Weise die Aufgabe lösen, einen gegebenen Winkel in eine beliebige Anzahl gleicher Teile zu teilen, und es darf daher wohl als sicher angenommen werden, dass Archimedes gerade zu diesem Zwecke seine Spirale erdacht hat. Bei dieser Kurve fasst nun Archimedes zwei Probleme ins Auge, das Problem der Quadratur eines beliebigen Sektors und das Problem der Tangentenbestimmung für einen beliebigen ihrer Punkte. Das erstere Problem ist, als Integrationsproblem aufgefasst, den in der Schrift „Von den Konoiden und Sphäroiden" behandelten aufs engste verwandt und wird von Archimedes auch in ganz analoger Weise durchgeführt; die Lösung des zweiten Problems dagegen gelingt ihm, indem er, wie aus seiner ganzen Darstellung hervorgeht, die Tangente an einem Kurvenpunkte

als Grenzlage einer sich bewegenden Sehne auffasst, deren einer Schnittpunkt mit der Kurve eben der gegebene Kurvenpunkt ist, während der andere sich diesem unbegrenzt nähert. Diese Auffassung der Tangente deckt sich aber mit derjenigen, welche im XVII. Jahrhundert den Engländer Barrow zur Lösung des Tangentenproblems für eine beliebige Kurve geführt und dadurch wesentlich zur Entstehung der Differentialrechnung beigetragen hat.

Lassen schon die bisher besprochenen Leistungen den Archimedes als einen der genialsten Mathematiker aller Zeiten erscheinen, so muss unsere Bewunderung für ihn noch steigen, wenn er in seinen beiden noch nicht erwähnten Schriften „Vom Gleichgewicht der Ebenen" und „Von den schwimmenden Körpern" auch als der erste wirkliche Physiker und zugleich als Begründer der mathematischen Physik uns entgegentritt, ganz abgesehen von seinen zahlreichen zu praktischen Zwecken gemachten mechanischen Erfindungen.

Bedenkt man noch, dass zu den Zeiten des Archimedes die indische Zifferschrift noch nicht erfunden war, eine Algebra nur in den ersten Anfängen, eine Trigonometrie überhaupt nicht existierte, so erkennt man, dass Archimedes mit bewundernswertem Scharfsinn alles das erreicht hat, was unter den gegebenen Verhältnissen überhaupt noch zu erreichen war. So ist er denn auch von allen Späteren einstimmig als der bedeutendste Mathematiker des ganzen Altertums anerkannt worden, und in der That, er charakterisiert voll und ganz den Höhepunkt in der Entwickelung der griechischen Mathematik, über den ein Hinausgehen erst möglich war, nachdem die genannten Erfindungen vorausgegangen waren, Descartes die Algebra mit der Geometrie vermählt und Leibniz, fast gleichzeitig mit Newton, durch Schaffen einer allgemeinen Methode die Führung des Exhaustionsbeweises in jedem einzelnen Falle überflüssig gemacht hatte. Dem Archimedes und seinem grossen Zeitgenossen, dem Apollonius, ist es vor allem zuzuschreiben, dass die höhere Mathematik, nachdem im Zeitalter der Renaissance die Wissenschaften der Alten auch im Abendlande ihre Einkehr gehalten hatten, sich dort verhältnismässig rasch entwickeln konnte. So wird man, solange unsere Wissenschaft besteht, sich der grossen griechischen Mathematiker stets mit Bewunderung und Dankbarkeit erinnern, als der Männer, welche die Grundfesten unseres Wissens geschaffen haben.

Litteratur.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. I. Band. 2. Auflage. Leipzig 1894.
Eisenlohr, A., Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter. Leipzig 1877.
Bretschneider, C. A., Die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Leipzig 1870.
Hankel, H., Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter. Leipzig 1874.
Zeuthen, H. G., Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum. Kopenhagen 1886.
Zeuthen, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Kopenhagen 1896.
Heiberg, J. L., Quaestiones Archimedeae. Hauniae 1879.
Rudio, F., Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Leipzig 1892.
Susemihl, Fr., Geschichte der griechischen Litteratur in der Alexandrinerzeit. Leipzig 1891.
Pauly-Wissowa, Real-Encyklopädie der klassischen Altertumswissenschaft. Stuttgart 1894.

Chronik.

Ich habe nun noch die wichtigeren Ereignisse mitzuteilen, die sich an unserer Hochschule seit der vorjährigen Feier zugetragen haben.

I. Lehrkörper.

Was zunächst den Lehrkörper betrifft, so muss ich vor allem der schmerzlichen Verluste gedenken, die derselbe durch den Tod dreier hervorragender Mitglieder erlitten hat.

Am 29. Mai 1897 verschied nach längerem Leiden der ordentliche Professor der Botanik, Geheimer Rat Dr. Julius von Sachs. Er ward geboren zu Breslau am 2. Oktober 1832 als Sohn eines Graveurs, besuchte dort das Gymnasium und studierte dann von 1851—1856 in Prag, indem er gleichzeitig bei dem Professor der Physiologie und Pathologie Purkynje die Stelle eines Privatassistenten bekleidete. Nachdem er 1856 an der Prager Universität den Grad eines Doktors der Philosophie sich erworben und im darauffolgenden Jahre sich ebendort als Privatdozent für Pflanzenphysiologie habilitiert hatte, übernahm er 1859 die Stelle eines Assistenten an dem agrikultur-chemischen Laboratorium in Tharand, und folgte dann 1861 einem Rufe als Professor an die landwirtschaftliche Akademie in Poppelsdorf bei Bonn. Hier wirkte er volle sechs Jahre bis zu seiner im Frühjahr 1867 erfolgten Übersiedelung an die Universität Freiburg i. B. als ordentlicher Professor der Botanik. Schon im darauffolgenden Jahre aber übernahm er die durch den Weggang Schenk's erledigte Professur der Botanik an unserer Universität, sowie die Direktion des botanischen Instituts.

Seit dem 1. Oktober 1868 gehörte Julius von Sachs unserer Hochschule an, stets ihr treubleibend trotz ehrenvoller Berufungen, die ihm unter anderen von Jena, Heidelberg, Wien und Berlin aus zugingen, und die er in selbstloser Weise vor allem dazu benutzte, um für das botanische Institut diejenigen Verbesserungen zu erhalten, welche er für ein gedeihliches Arbeiten als unumgänglich notwendig erachtete. Was Julius von Sachs während der achtundzwanzig Jahre seines hiesigen Wirkens als Forscher und Lehrer geleistet hat, ist so tief in das Gedächtnis von uns allen eingegraben, dass ich nur Bekanntes wiederholen würde, wenn ich mich hier über seine grossen Verdienste, die von Allerhöchster Stelle durch vielfache Auszeichnungen, von einer grossen Anzahl von Akademien und gelehrten Gesellschaften durch Aufnahme unter ihre Mitglieder anerkannt wurden, ausführlicher verbeiten wollte. Nur das will ich hervorheben, dass Julius von Sachs der Begründer der modernen, der experimentellen, Pflanzenphysiologie ist, dass seine Lehrbücher und Abhandlungen geradezu epochemachend gewirkt haben, dass unter seiner Leitung das hiesige botanische Institut einen Weltruf erlangte, und dass die meisten der jetzt an deutschen Hochschulen wirkenden Botaniker in diesem Institute ihre Ausbildung erhalten haben. Seine Lehren, ob durch Wort, ob durch Schrift verbreitet, werden fortleben für alle Zeiten.

Viele Jahre war Julius von Sachs auch Vorsitzender der pharmazeutischen Prüfungskommission, wiederholt wirkte er im Senate für die allgemeinen Interessen der Universität und, allseitig verehrt von seinen Kollegen, stand er im Studienjahre 1871/72 als Rektor an der Spitze der Korporation. Der grossen Verdienste, die er sich um unsere Hochschule erworben hat, werden wir uns stets dankbar erinnern.

Einen zweiten nicht minder schmerzlichen Verlust erlitt unsere Hochschule durch den am 16. Oktober 1897 erfolgten Heimgang des ordentlichen Professors der Geschichte, Geheimen Rates Dr. Franz Xaver Wegele. Er ward geboren am 28. Oktober 1823 als Sohn eines Ökonomen zu Landsberg am Lech, erhielt seine wissenschaftliche Vorbildung auf dem Gymnasium St. Stephan zu Augsburg, und besuchte dann die Universitäten München und Heidelberg, zunächst dem Studium der Litteraturgeschichte und der neueren Sprachen sich widmend.

Allmählich aber ging er, mächtig angeregt durch die in Heidelberg wirkenden hervorragenden Historiker Schlosser, Gervinus und Häusser, auf das Gebiet der politischen Geschichte über und fand dort das ihm am meisten zusagende Arbeitsfeld. Seiner Promotion in Heidelberg zu Anfang des Jahres 1847 folgte seine Habilitation in Jena im Oktober 1848; dort hat er fast neun Jahre, zunächst als Privatdozent, seit 1851 als ausserordentlicher Professor gewirkt, dort ist auch dasjenige Werk entstanden, welches seinen Namen vor allem in weiteren Kreisen bekannt machen sollte, sein jetzt schon in dritter Auflage erschienenes Buch „Dante's Leben und Werke". Ihm insbesondere verdankte er auch wohl seine im Jahre 1857 erfolgte Berufung an unsere Hochschule als ordentlicher Professor auf einen neugeschaffenen Lehrstuhl für Geschichte.

Am 1. Mai 1857 begann Franz Xaver Wegele seine Lehrthätigkeit hier und nie ermüdend hat er sie, einen im Jahre 1861 an ihn ergangenen Ruf nach Freiburg i. B. ausschlagend, bis zu dem Tage fortgesetzt, wo ihn die schwere, sein Ende herbeiführende Krankheit befiel. Volle vierzig Jahre hat er an unserer Hochschule gewirkt als begeisterter, mit glänzendem Vortrage begabter Lehrer, als hervorragender Forscher und Schriftsteller auf dem Gebiete der mittelalterlichen, vor allem der thüringischen und fränkischen Geschichte. Hier in Würzburg vollendete er auch das schon in Jena begonnene Werk „Friedrich der Freidige und die Wettiner seiner Zeit", hier schrieb er auf Veranlassung der historischen Kommission in München, der er, ebenso wie der k. Akademie der Wissenschaften, als ordentliches Mitglied angehörte, die „Geschichte der deutschen Historiographie", hier endlich verfasste er im Auftrage des akademischen Senats zur dritten Säkularfeier der Alma Julia im Jahre 1882 jenes Werk, durch das sein Name für alle Zeiten mit unserer Hochschule untrennbar verbunden bleiben wird, die „Geschichte der Universität Wirzburg" von den ersten Anfängen bis zur Säkularisation im Jahre 1803. Sein sehnlichster Wunsch, als letztes Werk auch noch die Geschichte der Universität Würzburg in unserem Jahrhundert schreiben zu können, ist trotz der vielen Vorarbeiten, die er dafür schon gemacht hatte, leider nicht in Erfüllung gegangen.

Regen Anteil hat Franz Xaver Wegele bis zum Ende seiner Tage an dem Wohl und Gedeihen unserer Hochschule genommen, bleibende Verdienste um deren Entwickelung hat er sich erworben. Insbesondere hat er

zum Aufblühen der philosophischen Fakultät, deren Dekan er dreimal gewesen ist, in hervorragender Weise beigetragen; die Gründung des historischen Seminars ist sein Werk. Sechzehn Jahre gehörte er dem akademischen Senate an, das Studienjahr 1862/63 sah ihn als Rektor an der Spitze der Korporation. Hochverehrt von seinen Kollegen und mehrfach ausgezeichnet von Allerhöchster Stelle war es ihm vergönnt, als Senior der philosophischen Fakultät in voller Rüstigkeit das siebenzigste Lebensjahr zu überschreiten und später dann noch das fünfzigjährige Doktorjubiläum zu feiern. Als ein Mann, der in der Ausübung des Lehrberufs und in wissenschaftlicher Thätigkeit sein höchstes Glück suchte und fand, als das Vorbild eines echten deutschen Gelehrten wird er stets in unserer dankbaren Erinnerung fortleben.

Einen dritten schmerzlichen Verlust erlitt unsere Hochschule durch den am 11. April dieses Jahres erfolgten Heimgang des ordentlichen Professors der Mineralogie und Geologie, Geheimen Rates Dr. Karl Ludwig Fridolin von Sandberger. Er ward geboren am 22. November 1826 zu Dillenburg in Nassau, erhielt seine wissenschaftliche Vorbildung auf dem Gymnasium zu Weilburg, an das sein Vater als Professor versetzt worden war, und besuchte dann die Universitäten zu Bonn, Heidelberg, Giessen und Marburg, um dort unter der Leitung von Männern wie Bischof, Bronn, Leonhard, Bunsen und v. Liebig mineralogische, paläontologische und chemische Studien zu machen. Nachdem er im Jahre 1846, als Neunzehnjähriger, zu Giessen sich den Doktorgrad erworben hatte, begann er im darauffolgenden Jahre zusammen mit seinem Bruder Guido Sandberger die Herausgabe eines grösseren Werkes unter dem Titel „Die Versteinerungen des Rheinischen Schichtensystems in Nassau“, das später mit dem Wollaston'schen Preise gekrönt wurde. Im Jahre 1849 sehen wir ihn als Konservator, drei Jahre darauf schon als Inspektor des schönen naturhistorischen Museums zu Wiesbaden. Aus dieser Stellung schied er zu Anfang des Jahres 1855, um an dem damals in hoher Blüte stehenden Polytechnikum in Karlsruhe die Professur der Mineralogie und Geologie zu übernehmen. In die Karlsruher Zeit fällt die Abfassung seines zweiten grösseren Werkes, das unter dem Titel „Die Conchylien des Mainzer Tertiärbeckens“ in den Jahren 1858—1863 erschienen ist.

Im Jahre 1863 wurde Fridolin von Sandberger als Nachfolger des im Jahre zuvor verstorbenen Mineralogen Rumpf von Karlsruhe hierher berufen; am 1. Juli 1863 trat er sein Amt hier an, und damit begann für ihn eine neue Periode fruchtbarster Thätigkeit. Vor allem wandte er sich dem Studium der fränkischen Trias zu und machte als der erste die geologischen Verhältnisse Unterfrankens der wissenschaftlichen Welt bekannt. Die von ihm geordnete und im alten Universitätsgebäude aufgestellte unterfränkische Lokalsammlung wird für alle Zeiten ein ruhmvolles Denkmal seiner hiesigen Thätigkeit bilden. Hier entstand auch seine dritte grössere, in den Jahren 1871—1876 unter dem Titel „Die Land- und Süsswasserconchylien der Vorwelt" erschienene und später mit der goldenen Cothenius-Medaille gekrönte Arbeit; hier endlich veröffentlichte er seine wichtigen „Untersuchungen über Erzgänge", von zahlreichen kleineren Abhandlungen nicht zu reden. Als Lehrer nicht minder bedeutend denn als Forscher hat Fridolin von Sandberger nicht nur durch seine privaten akademischen Vorlesungen in hohem Grade anregend gewirkt, sondern auch durch seine Publica und sonstigen öffentlichen Vorträge das Interesse für die heimatliche Boden- und Gesteinkunde in weiteren Kreisen erweckt. Von den aus seinem Laboratorium hervorgegangenen Mineralogen wirken einige jetzt als Professoren an deutschen Hochschulen, andere als Direktoren grosser industrieller Unternehmungen. Seinen Leistungen hat die verdiente Anerkennung nicht gefehlt; wiederholt war er von Allerhöchster Stelle ausgezeichnet worden und vielen gelehrten Gesellschaften gehörte er als Mitglied an.

Trotz seiner angestrengten wissenschaftlichen Thätigkeit hat Fridolin von Sandberger auch vielfach für die allgemeinen Interessen der Universität gewirkt, sowohl im Senate, dem er acht Jahre angehört hat, wie in der Fakultät, deren Dekan er zweimal gewesen ist, und so konnte er, als er im Frühjahr 1896, kurz nach der Feier seines fünfzigjährigen Doktorjubiläums, durch Alter und Krankheit gebeugt seine Thätigkeit als Lehrer und Forscher beschloss, auf ein an Erfolgen jeder Art reiches Leben zurückblicken. Dankbar werden wir stets der grossen Verdienste eingedenk bleiben, die er sich um unsere Hochschule erworben hat.

Der Lehrkörper unserer Universität besteht zur Zeit aus 42 ordentlichen Professoren, 13 ausserordentlichen Professoren, 1 Honorarprofessor und 23 Privatdozenten. In Bezug auf ihn ist das Folgende zu erwähnen.

1) In der theologischen Fakultät erhielt der ordentliche Professor der Kirchengeschichte und der christlichen Archäologie Dr. Albert Ehrhard einen ehrenvollen Ruf an die Universität Wien. Zu unserem lebhaften Bedauern wird er im Herbste diesem Rufe Folge leisten.

2) In der rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät trat zu Beginn des Winter-Semesters 1897/98 ein von der Fakultät mit Rücksicht auf die bevorstehende Einführung des Bürgerlichen Gesetzbuches für das Deutsche Reich entworfener und mit Entschliessung des k. Staatsministeriums des Innern für Kirchen- und Schulangelegenheiten vom 28. September 1897 genehmigter neuer Studienplan in Kraft, und es wurde zur Durchführung desselben den Professoren Dr. von Burckhard, Dr. Schollmeyer und Dr. Mayer zu ihren bisherigen Nominalfächern noch deutsches bürgerliches Recht zugewiesen.

Der Privatdozent in der rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät Dr. Hermann Knapp erhielt Urlaub für das Studienjahr 1897/98.

3) In der medizinischen Fakultät wurde der ordentliche Professor der Anatomie und vergleichenden Anatomie Geheimer Rat Excellenz Dr. Albert von Kölliker seinem Ansuchen entsprechend von der Vertretung der deskriptiven und topographischen Anatomie, sowie von der Vorstandschaft der anatomischen Anstalt mit dem 1. Oktober 1897 enthoben, und es wurde dafür der ordentliche Professor an der Universität Zürich Dr. Philipp Stöhr zum ordentlichen Professor der Anatomie und Vorstand der anatomischen Anstalt vom 1. Oktober 1897 ab ernannt.

Der Privatdozent Hofrat Dr. Johann Andreas Rosenberger wurde unter dem 9. Juli 1897 zum ausserordentlichen Professor für gerichtliche Medizin ernannt. Dem Privatdozenten Dr. Otto Seifert wurde unter dem 31. Dezember 1897 der Titel und Rang eines ausserordentlichen Professors verliehen.

Als Privatdozent habilitierte sich am 21. Juni 1897 Dr. Eduard Koll aus Kelberg, I. Assistent des Juliusspitals an der medizinischen Klinik, für das Fach der internen Medizin; weiter dann am 21. Juli 1897 Dr. Franz Kasimir Stubenrath aus Amorbach, praktischer Arzt, für das Fach der gerichtlichen

Medizin und am 24. Juli 1897 Dr. Gustav Wolff aus Karlsruhe, I. Assistent an der psychiatrischen Klinik, für das Fach der Psychiatrie; endlich am 5. März 1898 Dr. Anton Bühler aus Igis, I. Assistent am anatomischen Institut, für das Fach der Anatomie.

Der Privatdozent Dr. Heinrich Riese wurde zum Zwecke der Übernahme der Stelle eines dirigierenden Arztes am Krankenhause für den Kreis Teltow zu Britz seiner Funktion enthoben; ebenso der Privatdozent Dr. Anton Bühler, um die Stelle eines I. Assistenten an der anatomischen Anstalt der Universität Zürich übernehmen zu können. Der Privatdozent Dr. Eduard Koll erhielt zum Zwecke der Übernahme einer Oberarztstelle am städtischen Krankenhause in Barmen einen zweijährigen Urlaub; der Privatdozent Dr. Karl Arens behufs weiterer wissenschaftlicher Ausbildung Urlaub bis Ostern 1898.

4) In der philosophischen Fakultät trat der als Nachfolger des Geheimen Rates Prof. Dr. von Sandberger von Mülhausen i. E. hierher berufene ordentliche Professor der Mineralogie und Krystallographie Dr. Jakob Beckenkamp am 1. August 1897 sein Amt an. Die durch den Tod des Geheimen Rates Prof. Dr. von Sachs erledigte Professur der Botanik wurde dem ordentlichen Professor der Botanik an der Universität Halle Dr. Gregor Kraus vom 1. April 1898 ab übertragen. Ernannt wurden der ausserordentliche Professor Dr. Theodor Henner zum ordentlichen Professor der Geschichte, insbesondere der bayerischen Landesgeschichte vom 1. April 1898 ab und der Privatdozent Dr. Anton Chroust in München zum ausserordentlichen Professor vom 1. April 1898 ab mit der Verpflichtung zur Abhaltung regelmässiger Vorlesungen über Geschichte und historische Hilfswissenschaften.

Der Privatdozent und Gymnasialprofessor Dr. Robert Geigel wurde zum ausserordentlichen Professor der Physik und Vermessungskunde an der k. Forstlehranstalt Aschaffenburg vom 16. November 1897 ab ernannt. Der Privatdozent Dr. Rudolf Zenker, der einen Ruf als ausserordentlicher Professor der romanischen Philologie an die Universität Rostock erhalten hatte, wurde zum Zwecke der Übernahme dieser Professur von seiner Funktion enthoben; ebenso der Privatdozent Dr. Robert Haussner, um sich an der Universität Giessen habilitieren und dort einen Lehrauftrag für darstellende Geometrie übernehmen zu können.

Der ordentliche Professor der neueren Sprachen Dr. Jakob Stürzinger, der zur Wiederherstellung seiner angegriffenen Gesundheit für das Winter-Semester 1897/98 beurlaubt war, hat zu Anfang dieses Sommer-Semesters seine Thätigkeit in vollem Umfange wieder aufgenommen.

II. Auszeichnungen.

Am 6. Juli 1897 feierte der Senior der medizinischen Fakultät sowie der gesamten Korporation, der ordentliche Professor der Anatomie Geheimer Rat Excellenz Dr. Albert von Kölliker die Vollendung seines achtzigsten Lebensjahres und verband mit dieser Feier die Feier seiner fünfzigjährigen Lehrthätigkeit an unserer Hochschule. Aus diesem Anlasse wurden unserem allverehrten Kollegen zahlreiche Auszeichnungen und Ehrungen zu teil. Seine Königliche Hoheit Prinz-Regent Luitpold verlieh dem Jubilar für seine seit fünfzig Jahren mit Treue und Eifer geleisteten Dienste das Ehrenkreuz des k. b. Ludwigs-Ordens; der akademische Senat und die medizinische Fakultät überreichten ihm Adressen des Dankes und der Anerkennung, auch liess die medizinische Fakultät ihm zu Ehren eine goldene Denkmünze prägen; der Magistrat der Stadt Würzburg ehrte den Jubilar, indem er die an der Anatomie vorbeiführende Strasse in „Kölliker-Strasse“ umtaufte. Glückwunschadressen sandten die medizinischen Fakultäten von Zürich, Bern, Bologna, Kasan, die Gesellschaft der Ärzte in Zürich, die physikalisch-medizinischen Gesellschaften zu Würzburg und Erlangen und die k. Akademie der Wissenschaften zu Bologna; von zahlreichen Fachgenossen, Schülern und Freunden wurde dem Gefeierten eine kunstvoll geschnitzte Truhe mit den Photographien der Geber überreicht. Die Royal Society zu London, die ihn zu ihren auswärtigen Mitgliedern zählt, erkannte ihm für seine bahnbrechenden Forschungen auf den Gebieten der Histologie, der vergleichenden Anatomie und der Physiologie die goldene Copley-Medaille zu; die Leopoldinisch-Karolinische Deutsche Akademie der Naturforscher ehrte ihn durch Verleihung der goldenen Cothenius-Medaille, die Gesellschaft schwedischer Ärzte zu Stockholm durch Verleihung der goldenen Andreas Retzius-Medaille. Die Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaften in Marburg und die Société de médecine de Gand ernannten ihn zum Ehrenmitgliede. Möge es dem hochver-

ehrten Jubilar vergönnt sein, noch viele Jahre als Forscher und Lehrer an unserer Hochschule zu wirken.

Zum Neujahrsfeste 1898 verlieh Seine Königliche Hoheit Prinz-Regent Luitpold den Titel eines Königlichen Geheimen Rates dem ordentlichen Professor der pathologischen Anatomie und allgemeinen Pathologie Hofrat Dr. Georg Eduard von Rindfleisch, das Ritterkreuz des Verdienstordens vom hl. Michael IV. Klasse dem ordentlichen Professor des Sanskrit und der vergleichenden Sprachwissenschaft Dr. Julius Jolly.

Der ordentliche Professor der Physiologie Geheimer Rat Dr. Adolf Fick wurde von der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München sowie von der k. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin zum korrespondierenden Mitgliede ernannt und von der philosophischen Fakultät der Universität Leipzig zum Ehrendoktor promoviert.

Der ordentliche Professor der Physik Dr. Wilhelm Conrad Röntgen wurde von Seiner Majestät dem Deutschen Kaiser zum Mitglied des Kuratoriums der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ernannt. Die philosophische Fakultät der Universität Göttingen zeichnete ihn durch Verleihung des Preises der Otto Vahlbruch-Stiftung im Betrage von 9200 M. aus, die Académie des Sciences zu Paris durch Verleihung des Prix Lacaze im Betrage von 10000 Fr.; von dem Franklin-Institut zu Philadelphia wurde ihm die Elliot Cresson-Medaille zuerkannt.

Die ausserordentlichen Professoren Dr. Ferdinand Riedinger, Dr. Wilhelm Kirchner und Hofrat Dr. Johann Andreas Rosenberger wurden zu Ehrenmitgliedern der kais. japanischen Gesellschaft vom Roten Kreuze und zu Inhabern der Verdienstmedaille dieser Gesellschaft ernannt; ausserdem wurde Professor Dr. Riedinger zum korrespondierenden Mitglied der Association Française d'Urologie zu Paris ernannt. Dem ausserordentlichen Professor Dr. Albert Hoffa wurde von Seiner Hoheit dem Chedive von Ägypten der Medschidje-Orden III. Klasse verliehen.

III. Frequenz.

Im Sommer-Semester 1897 betrug die Gesamtzahl der Studierenden 1430 (643 Bayern, 723 andere Deutsche, 64 Ausländer), im Winter-Semester 1897/98 1425 (675 Bayern, 694 andere Deutsche, 56 Ausländer).

IV. Promotionen.

Promotionen fanden im Studienjahre 1896/97 statt:

bei der theologischen Fakultät	3
bei der rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät .	4
bei der medizinischen Fakultät	133
bei der philosophischen Fakultät	20
also im ganzen	160.

V. Änderungen im Beamtenkörper.

Mit Allerhöchster Entschliessung vom 9. Oktober 1897 wurde der Sekretär des Verwaltungs-Ausschusses Universitäts-Rentamtmann Karl Stumpf nach zurückgelegtem siebzigsten Lebensjahr unter wohlgefälliger Anerkennung seiner langjährigen, mit Treue und Eifer geleisteten Dienste in den dauernden Ruhestand vom 1. November 1897 ab versetzt. Zum Ersatz für ihn wurde der geprüfte Kameralpraktikant und Rechnungsrevisor an der kgl. Regierung von Unterfranken und Aschaffenburg Bernhard Nenninger als Sekretär des Verwaltungs-Ausschusses vom 1. Januar 1898 ab aufgestellt.

VI. Universitäts-Bibliothek.

Die der Universitäts-Bibliothek zugewiesenen Räume im Gebäude der Alten Universität sind jetzt sämtlich für die Bedürfnisse der Bibliothek eingerichtet und entsprechen, wie wir sehen, allen billigen Anforderungen. Die dadurch gewonnenen, vom Lärm der Strasse abgeschiedenen und mit elektrischer Beleuchtung versehenen neuen Lesezimmer werden wesentlich dazu beitragen, die Zahl der Besucher von Jahr zu Jahr zu steigern. Die im nächsten Monat beginnende permanente Ausstellung der wertvollsten im Besitze der Bibliothek befindlichen Handschriften und Druckwerke wird durch ihren auserlesenen Inhalt auch die Aufmerksamkeit weiterer Kreise auf sich ziehen.

VII. Kunstgeschichtliches Museum.

Die dem Kunstgeschichtlichen Museum neu zugewiesenen Räume im Gebäude der Alten Universität machten es möglich, die Kunstwerke und Altertümer desselben in übersichtlicher Weise aufzustellen und dadurch dem Zwecke des Museums gerecht zu werden. Nachdem die Neuaufstellung der Sammlungen im Juni 1897 vollendet war, fand die feierliche Eröffnung der neuen Räume am 8. Juli 1897 in der Weise statt, dass nach einer die Bedeutung der Feier würdigenden Rede des Rektors Prof. Dr. Schell an die geladenen Gäste ein Rundgang durch das Museum unter Führung des Konservators Prof. Dr. Sittl gemacht wurde. Ein von dem Letzteren verfasster und bei dieser Gelegenheit zum erstenmale ausgegebener „Führer durch das Kunstgeschichtliche Museum der Universität Würzburg“ wurde von den Geladenen freudig begrüsst.

VIII. Sonstige Ereignisse.

Ich habe noch der Tage zu gedenken, an denen im September des vergangenen Jahres aus Anlass der grossen Truppenbesichtigungen Ihre Majestäten der Deutsche Kaiser und die Deutsche Kaiserin mit anderen Fürstlichkeiten des Deutschen Reiches als Gäste Seiner Königlichen Hoheit des Prinz-Regenten Luitpold in den Mauern unserer Universitätsstadt weilten. Die Gebäude der Universität wetteiferten damals im Festschmucke mit den übrigen öffentlichen und privaten Bauten der Stadt. Obwohl diese Festtage in die Zeit der Universitätsferien fielen, hatten sich doch eine grosse Zahl von Lehrern und Studierenden unserer Hochschule eingefunden, um an der Begrüssung der Allerhöchsten Herrschaften teilzunehmen und so nicht nur der Liebe zu unserem engeren Vaterlande und seinem Herrscherhause, sondern auch der Treue und Anhänglichkeit an unser grosses deutsches Vaterland und seine Fürsten einen sichtbaren Ausdruck zu geben.

In diesen Festtagen besichtigten auch Ihre Königlichen Hoheiten Prinz und Prinzessin Ludwig die Räume unserer Universität unter Führung des Rektors Prof. Dr. Schell und sprachen sich über die äussere und innere Gestaltung des

neuen Gebäudes sehr anerkennend aus. Dem hohen Königlichen Paare sei für die warme unserer Hochschule entgegengebrachte Teilnahme nochmals ehrfurchtsvoller Dank gesagt.

IX. Preisaufgaben.

Von den für das Jahr 1897/98 gestellten Preisaufgaben ist nur die von der theologischen und die von der rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät gegebene bearbeitet worden.

Die Preisaufgabe der theologischen Fakultät lautete:

„Die Einsetzung des hl. Abendmahles als Beweis für die Gottheit Christi.“

Diese Aufgabe hat vier Bearbeitungen gefunden, über welche die Fakultät wie folgt urteilt.

Die erste Arbeit mit dem Spruch: „*Τὰ ῥήματα κ. τ. λ.*“ ist eine nach Inhalt und Form genügende Ausführung der gestellten Aufgabe. Das Material ist für alle darin enthaltenen Fragen in erschöpfender Vollständigkeit gesammelt, kritisch verarbeitet und apologetisch verwertet. In dem Streben, möglichst vollständig zu sein, hat der Verfasser auch solche Ausführungen in die Arbeit aufgenommen, welche nicht unmittelbar zur Sache gehören und infolgedessen den Zusammenhang und die Übersicht beeinträchtigen. Es wird dem Verfasser ohne Mühe gelingen, diese Nachteile durch Ausscheidung alles irgendwie Entbehrlichen zu heben. In Würdigung der inhaltlichen und formellen Vorzüge der Arbeit erkennt ihr die Fakultät den Preis zu.

Verfasser ist: al. cler. Johannes Ferdinand Hehn aus Burghausen.

Die zweite Arbeit mit dem Spruch: „Weil Christus die Macht beweist u. s. w.“, geht mit einer gewissen Beschränkung hinsichtlich des beizuziehenden Materials an die Aufgabe heran und führt dieselbe in gedrungener Gliederung des Stoffes durch. Der Verfasser bekundet dabei das anerkennenswerte Bestreben, den inneren Zusammenhang energisch zu erforschen, möglichst tief zu erfassen und alles einheitlich einzugliedern. Darin liegt der Vorzug der Arbeit, aber auch eine Quelle von Mängeln, indem der Verfasser sowohl mit dem Ausdruck wie mit dem Gedanken mühsam ringt. Da es indes das Streben nach Tiefe und Einheit ist, woraus diese Ungenauigkeiten stammen, so hegt die Fakultät das

Vertrauen, dass es dem Verfasser gelingen werde, die vorhandenen Mängel bei der nochmaligen Durcharbeitung zu überwinden. In Würdigung dessen, dass der Verfasser die Aufgabe im wesentlichen gelöst hat, gewährt die Fakultät seiner Leistung die Auszeichnung eines öffentlichen Lobes.

Verfasser ist: al. cler. Karl Dotterweich aus Hof.

Die dritte Arbeit mit dem Spruch: „Ἰουδαῖοι κ. τ. λ." ist infolge längerer Erkrankung des Verfassers nicht zu vollkommener Ausarbeitung gelangt. Der vorliegende Entwurf bekundet, dass dem Verfasser die Lösung der Preisaufgabe nach Plan und Gedankenarbeit nahezu gelungen ist. Die Einteilung ist klar und übersichtlich, wenn auch im einzelnen verbesserungsbedürftig. In der Ausführung sind die apologetisch und religionsgeschichtlich bedeutsamen Gesichtspunkte mit Geschick zur Geltung gebracht. Da die Arbeit indes nicht vollkommen fertiggestellt ist, so sieht sich die Fakultät nur in der Lage, derselben ein öffentliches Lob zuzuerkennen.

Verfasser ist: stud. theol. Eduard Paul Hauser aus München.

Die vierte Arbeit mit dem Spruch: „Et factum est etc." erweist sich als der wohlgemeinte und anerkennenswerte Versuch eines jugendlichen Talentes von wissenschaftlicher Strebsamkeit. Indes ist dem Verfasser die eigentliche Bedeutung der gestellten Aufgabe und der apologetischen Beweisführung noch nicht hinreichend klar geworden. Infolgedessen ist es ihm nicht gelungen, das in Betracht kommende Material zusammenzubringen und zum Gegenstand einer Verarbeitung zu machen. Immerhin bekundet er in der Einteilung und Inangriffnahme der Aufgabe einiges Geschick und entwickelt besonders im zweiten Teil manche recht gute Gedanken. Der Verfasser verdient zwar in Würdigung des bekundeten Strebens Anerkennung und Aufmunterung, allein eine Lösung der gestellten Preisaufgabe vermag die Fakultät in der vorgelegten Arbeit nicht zu erkennen.

Die Preisaufgabe der rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät lautete:

„Bundesfeldherrnamt und Militärhoheit nach deutschem Staatsrecht, geschichtlich und dogmatisch zu erörtern."

Diese Aufgabe hat drei Bearbeitungen gefunden. Die rechts- und staats-

wissenschaftliche Fakultät hält jedoch nur die mit dem Stichwort „Essays“ bezeichnete für des Preises würdig.

Der Verfasser hat das Thema erschöpfend und gut bearbeitet. Er hat in einer historischen Einleitung eine richtige Darstellung der Rechtsgeschichte des deutschen Militärwesens gegeben und im dogmatischen Teil die rechtliche Grundlage und den rechtlichen Aufbau des Bundesfeldherrnamts sowie die Grenzen der militärischen Rechte des Kaisers gegenüber den der Militärhoheit der Landesherren entspringenden Befugnissen mit gutem juristischen Urteil und in gewandter Darstellung wissenschaftlich entwickelt.

Verfasser ist: stud. jur. Karl Gümbel aus St. Julien.

Die zweite Arbeit mit dem Motto: „Wir brauchen eine straffere Konsolidation der deutschen Wehrkraft so nötig wie das liebe Brod. (Bismarck am 18. September 1861)“ enthält keine vollständige Bearbeitung des gestellten Themas. Die Darstellung des dogmatischen Teils ist unterblieben, die geschichtliche Entwickelung des Bundesfeldherrnamts und der Militärhoheit schliesst mit der Zeit des Wiener Kongresses ab. In seinen geschichtlichen Ausführungen liefert Verfasser jedoch so brauchbare Beiträge, dass sie als Grundlage einer tüchtigen Arbeit angesehen werden können. Die Fakultät hat deshalb beschlossen, dem Verfasser eine lobende Erwähnung zu Teil werden zu lassen.

Verfasser ist: stud. jur. Wilhelm Wagner aus Heltersberg.

Die dritte Arbeit endlich mit dem Stichwort „Sursum“ behandelt ebenfalls nur den historischen Teil des gestellten Themas. Bei der Verworrenheit, welche der Verfasser in seinen einleitenden Bemerkungen über die staatsrechtlichen Grundbegriffe darlegt, ist auch bei einer etwaigen Vollendung des vorgelegten Bruchstücks keine brauchbare Arbeit zu erwarten.

Für das Jahr 1898/99 werden von den einzelnen Fakultäten folgende Preisaufgaben gestellt:

1) Von der theologischen Fakultät:

„Historisch-kritische Untersuchung, wer der betende Gerechte in den Psalmen ist.“

2) Von der rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät:

„Systematisch-kritische Darstellung der in Deutschland und Österreich zur Zeit bestehenden allgemeinen Einkommensteuergesetze."

3) Von der medizinischen Fakultät:

„Die Muskelspindeln, deren Bedeutung noch zweifelhaft ist, ob dieselben besondere Sinnesapparate sind oder mit Entwickelungsvorgängen der Muskulatur zusammenhängen, sollen beim Menschen oder einem Säuger in verschiedenen Altern an Serienschnitten kurzer Muskeln (Augenmuskeln, Halsmuskeln, vertebrale Muskeln) verfolgt werden, um nachzuweisen, ob dieselben mit einer Längsstellung und Zunahme der Muskelfasern an Zahl in Verbindung stehen, und wie die Nerven derselben sich verhalten."

4) Von der philosophischen Fakultät:

a) von der philosophisch-historischen Sektion:

„Die Bedeutung der beiden Tongeschlechter Dur und Moll für den musikalischen Ausdruck ist an der Hand einer vergleichenden Untersuchung von Liedern und Opern der Neuzeit festzustellen."

b) von der naturwissenschaftlich-mathematischen Sektion:

„Neue Untersuchungen über das physikalische Verhalten des Quarzes."

Die Frist zur Einreichung der Konkurrenzarbeiten bei den Dekanaten der betreffenden Fakultäten läuft mit dem 20. Februar 1899 ab. Zur Preisbewerbung berechtigt sind nur solche Kandidaten, welche in der Zeit von Ostern 1898 bis Ostern 1899 wenigstens ein Semester an unserer Universität als Studierende zugebracht haben.

Zum Schlusse der heutigen Feier muss ich nun noch dankbar gedenken der Fürsorge einer hohen Staatsregierung und der Opferwilligkeit der Volksvertretung, durch welche in den jüngsten Tagen wieder die Mittel geschaffen wurden, um den Bedürfnissen unserer Universität gerecht zu werden und dieselbe

auf der Höhe des Ansehens zu erhalten, welches sie sich unter dem Schutze des erhabenen Königshauses der Wittelsbacher errungen hat. Um unseren Gefühlen der innigen Dankbarkeit sowohl wie der unwandelbaren Anhänglichkeit an das hohe Herrscherhaus aber auch lauten Ausdruck zu geben, fordere ich Sie alle auf, sich mit mir in dem begeisterten Rufe zu vereinigen:

„Dem erhabenen Schutzherrn unserer Universität, Seiner Königlichen Hoheit unserm allerdurchlauchtigsten Herrn dem Prinzen Luitpold, des Königreichs Bayern Verweser, sowie dem gesamten Königlichen Haus von Bayern — sei Heil, allzeit Heil!“